

# 磨刀门水道枯季底边界层的泥沙交换过程<sup>\*</sup>

文 丽<sup>1</sup>, 任 杰<sup>1</sup>, 陈子燊<sup>2</sup>

(1. 中山大学海洋学院近岸海洋科学与技术研究中心, 广东 广州 510275;

2. 中山大学地理科学与规划学院, 广东 广州 510275)

**摘 要:** 河口底边界层细颗粒泥沙运动往往受边界层内多种尺度的动力过程影响而变得十分复杂。由此, 基于座底支架上的 ADV 与 OBS, 于 2010 年枯季在珠江磨刀门水道分别进行大、中、小潮的底边界层观测, 对磨刀门水道底边界层湍流动力特征与小尺度泥沙交换过程进行研究。结果表明: 悬沙有效沉速、床面切应力与底床侵蚀率的变化范围随着潮差的增大而增大; 底床侵蚀率与平均流速变化规律相似, 当流速小于 0.3 m/s 时, 侵蚀率基本保持在 0.002 kg/m<sup>2</sup> 左右, 流速超过此临界值时, 床面泥沙发生再悬浮。悬沙和床沙交换过程随着潮差增大而增强, 且落潮时段强于涨潮时段。

**关键词:** 底边界层; 泥沙交换; 底床侵蚀率; 有效沉降速度

中图分类号: P731.2 文献标志码: A 文章编号: 0529-6579 (2014) 02-0142-07

## Sediment Exchange Process within the Bottom Boundary Layer at Modaomen Channel

WEN Li<sup>1</sup>, REN Jie<sup>1</sup>, CHEN Zishen<sup>2</sup>

(1. The Center for Coastal Ocean Science and Technology, Marine school of SunYat-sen University, Guangzhou 510275, China

2. School of Geography and Planning Sciences, SunYat-sen University, Guangzhou 510275, China)

**Abstract:** The movement of grain sediment within the bottom boundary layer is influenced by complicated, multi-scale dynamic processes. Dynamic characteristics of turbulence and small-scale sediment exchange process within the bottom boundary layer at modaomen channel are discussed based on bottom boundary layer observation data over various tide levels by using ADV and OBS in winter of 2010. The result shows that: ① The ranges of sediment settling velocity, bottom stress and bed erodibility increase with tidal range. ② Bed erodibility changes are similar to mean velocity. When velocity is less than 0.3 m/s, the bed erodibility remains at about 0.002 kg/m<sup>2</sup>. If velocity is larger than 0.3 m/s, sediment will resuspend. ③ Suspended sediment and bed sediment exchange process is enhanced with increasing tidal range, and it is stronger during ebb tide than during flood tide.

**Key words:** bottom boundary layer; sediment exchange; bed erodibility; effective settling velocity

河床底部非均匀水流和不规则床底之间的多种相互作用而形成的具有强紊动、强剪切近底层, 即河口底边界层 (Bottom Boundary Layer)。在边界层内, 水流因底摩擦而发生能量耗散, 并以底部切

应力的形式表现出来, 因此又称为底摩擦层。其对边界层水流的动力特征、床底的侵蚀与堆积、细颗粒的再悬浮及搬运等河口动力过程有重要影响<sup>[1]</sup>。

从上世纪 90 年代开始, 河口泥沙性质与运动

\* 收稿日期: 2013-06-02

基金项目: 广东省水利创新研究项目 (2011370004209292), 中山大学青年教师培育项目 (10lgpy06)

作者简介: 文丽 (1988 年生), 女; 研究方向: 河口动力学; 通讯作者: 任杰; E-mail: renjie@mail.sysu.edu.cn

特征成为学科研究热点。众多学者指出，河口细颗粒粘性泥沙的结构与运动的复杂性，导致河口地区底边界层悬浮泥沙浓度与沉降速度难以准确测量<sup>[2-4]</sup>。1999 年，Holdaway 等<sup>[5]</sup>发现声学多普勒流速仪（ADV）的反向散射声强信号能有效反演悬浮泥沙浓度。Fugate 和 Friedrichs<sup>[6]</sup>通过对比分析了不同测量原理的 3 类仪器 ADV、OBS 和 LISST 在底边界层悬沙的沉降速度与浓度观测中的差异，指出 ADV 对泥沙絮凝体的粒径不敏感，测量结果更接近质量浓度，用其通过泥沙通量计算泥沙沉速的方法较合理。Friedrichs 等<sup>[7]</sup>进一步应用 ADV 资料计算了底床侵蚀率，定量分析河床泥沙交换过程。Cartwright 等<sup>[8]</sup>也在 MUDBED 项目中，同样使用 ADV 探讨了不同底质的河床在季节性变化的河流条件下的床底侵蚀变化规律。在 Decrop 等<sup>[9]</sup>的实验中，再次证实可通过 ADV 的反向散射声强信号反演悬浮泥沙的湍流运动。

在国内，ADV 主要应用于湍流速度的测量<sup>[10-11]</sup>，而通过 ADV 测量底边界层泥沙运动的研究刚起步，过去关于珠江河口的研究焦点大都聚集在发育演变、盐水入侵、水动力特征等方面<sup>[12-14]</sup>，较少涉及一些小尺度的泥沙运动过程，我们知道，不同尺度的河口过程往往是相互影响、相互联系，大尺度过程为小尺度过程提供边界条件，小尺度过程则要么是大尺度过程的噪声，要么在平均意义上对大尺度过程有所贡献。基于此考虑，本文应用珠江磨刀门河口底边界层涵盖大、中、小潮的边界层观测资料，计算近底层的泥沙运动特征参数，由此分析边界层细颗粒泥沙沉降与再悬浮的运动规律。

## 1 研究区域和研究方法

### 1.1 研究区域

磨刀门是中国南方最大的复合型河口湾 - 珠江中部的出海口门之一（图 1），为典型的河流优势型河口，潮流作用较弱，年均净泄量为 883.93 亿 m<sup>3</sup>，占上游西、北江来水量的 31.85%。水文动力呈现明显的季节性变化；洪季时，强劲的径流作用将潮流界阻滞在口门附近，口外羽状流发育；枯季

磨刀门仍然表现为落潮优势流，口门内一般盐度层化发育。

磨刀门河口枯季表层沉积物组成以粉砂为主，其次为粘土和砂，平均中值粒径为 0.012 2 mm (6.356Φ)，表层沉积物以悬移质占优，跃移和推移很少<sup>[15]</sup>，其级配与悬沙级配相近。

### 1.2 测量方法

2010 年 12 月 15 - 24 日，在珠江口磨刀门水道进行了 3 个测点（M1 - M3）小 - 中 - 大潮持续 9 d 的同步水文观测（测点位置见图 1），观测的项目主要为剖面流速与 CTD 资料。其中 M2 测点同时实施了三个测次（M2 - 1，M2 - 2，M2 - 3）的近底边界层观测，边界层观测系统上集成的仪器有 Nortek 的三维点式流速仪 ADV 2 台，RBR 的 CTD 1 台和 OBS 2 台，Sontek 的 1.5 MHz PC - ADP 1 台，声学悬沙剖面仪 AquaScat 1 台。本文使用数据的测量仪器具体设置见表 1。

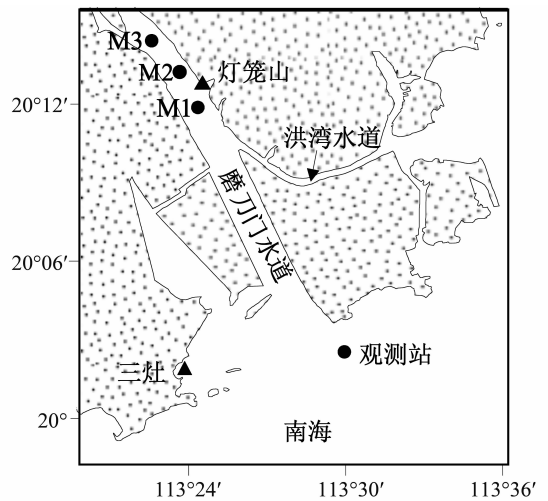


图 1 磨刀门观测站位分布图

Fig. 1 The sketch map of hydrology observation stations (M1, M2, M3) at Modaomen

### 1.3 计算方法

1.3.1 预处理：① 将 ADV 测量的 ENU 坐标系（E 为东方向，N 为北方向，U 为向上的方向）下的速度矢量转换为轴向坐标系（x, y, z）的速度

表 1 仪器 ADV 和 OBS - 3A 的参数设置

Table 1 Instrument settings of ADV and OBS - 3A

测次	时间	采样频率/Hz		距底高度/m		测量间隔/s	
		ADV	OBS - 3A	ADV	OBS - 3A	ADV	OBS - 3A
M2 - 1	15 日 14: 00 - 17 日 14: 00 (48 h)	32	10	0.52	0.40	180/300	10/60
M2 - 2	18 日 14: 00 - 20 日 14: 00 (48 h)	32	10	0.52	0.50	180/300	10/60
M2 - 3	21 日 12: 00 - 24 日 13: 00 (73 h)	16	10	0.52	0.50	180/300	10/60

分量 ( $x$  为水流流动的方向,  $y$  为水平面上与  $x$  垂直的方向,  $z$  为与  $x-y$  平面垂直的铅垂方向)<sup>[16]</sup>。

② 通过“相空间临界值法”(Phase-Space thresholding method) 对流速脉动值的时间序列进行去噪<sup>[17]</sup>。

1.3.2 悬浮泥沙浓度 现场采集同步水样厘定 OBS-3A 浊度数据, 得到现场悬浮泥沙浓度的厘定换算公式(图 2)

$$SSC = 0.000105 \cdot TUR + 0.000225 \quad (1)$$

式(1)中 SSC 为悬浮泥沙浓度 ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ), TUR 为 OBS-3A 浊度值, 相关系数  $R^2 = 0.81$ 。

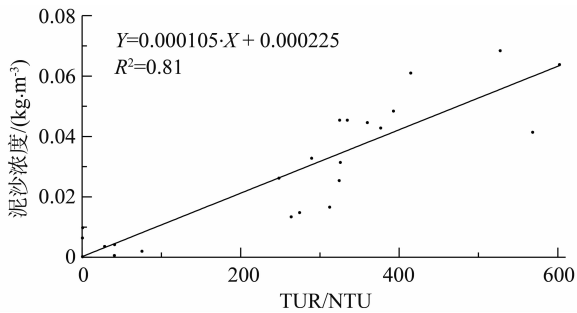


图 2 OBS-3A 浊度值与同步水样的拟合

Fig. 2 Linear fitting for turbidity of OBS-3A and water samples

基于信噪比“瑞利散射原理”, 并进行简化<sup>[18-19]</sup>, ADV 测得的信噪比 (SNR) 与 OBS 测得的浊度 (TUR) 之间的对应关系式可以表达为

$$\lg(\text{TUR}) = A \cdot \text{SNR} + B \quad (2)$$

$A$  和  $B$  为常数, 综合式(1)与式(2), 即可通过 SNR 数据计算悬浮泥沙质量浓度。

1.3.3 有效沉降速度 在假设流场稳定, 忽略泥沙浓度的水平梯度及平均垂向速度  $w = 0$  的前提下, 三维的泥沙质量守恒方程可简化为垂向一维方程<sup>[6-7]</sup>, 即重力驱动的向下沉降与雷诺应力引起的向上的湍流动力输运之间存在局部平衡, 此过程可

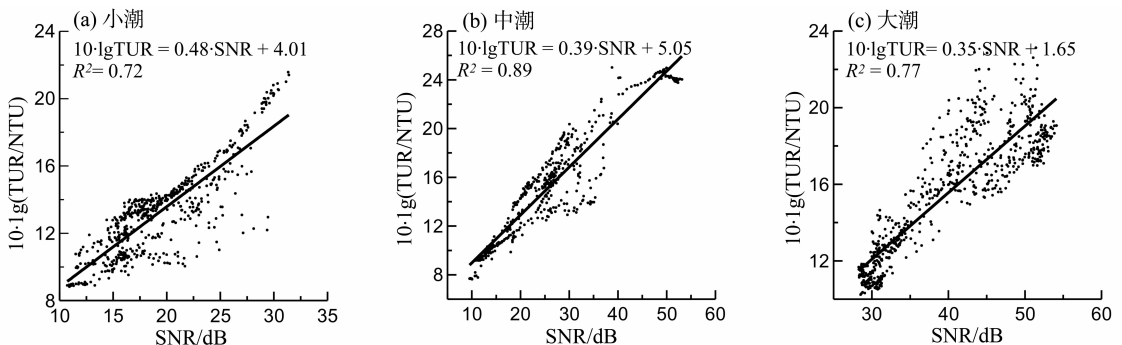


图 3 各潮期  $10 \cdot \lg(\text{TUR})$  与 SNR 的线性拟合

Fig. 3 Linear fitting for  $10 \cdot \lg(\text{TUR})$  and SNR from neap to spring

用下式表达:

$$\langle C \rangle \cdot w_s = \langle C' \cdot w' \rangle \quad (3)$$

式中,  $C$  是悬浮泥沙浓度,  $w_s$  是泥沙有效沉降速度,  $w$  是垂向流速分量,  $\langle \rangle$  表示取一个测量时间段 (burst) 的平均值, 上撇符号表示与平均值的偏离值。Maa and Kwon<sup>[20]</sup> 指出  $\langle C \rangle$  与  $\langle C' \cdot w' \rangle$  存在以下关系

$$\langle C' \cdot w' \rangle = m \langle C \rangle^n \quad (4)$$

其中,  $m$  与  $n$  是两个常数, 使用非线性最小二乘法对数据进行拟合即可求得。

1.3.4 床面切应力 根据“湍流脉动相关法”, 在底边界层内, 床面切应力的估计可以通过下式得到

$$\tau_b = \rho \sqrt{(-u'w')^2 + (-v'w')^2} \quad (5)$$

其中,  $\rho$  是流体的密度,  $u'$  和  $v'$  是在水平方向上的脉动流速,  $w'$  是在垂向上的脉动流速。

1.3.5 底床侵蚀率 假设近底层为稳定流体, 流速为对数分布结构, 沉降速度不受距底高度  $z$  的影响, 且无沉积物分层现象, 悬浮泥沙浓度的垂向分布结构可由经典的 Rouse 剖面给出:

$$C = C_0 (z/z_0)^{-p} \quad (6)$$

其中,  $C_0$  是 SNR 数据换算得到的泥沙浓度观测值, Rouse 参数  $p = 2.5w_s(\tau_b/\rho)^{-1/2}$ 。对公式(6)进行垂向积分则可给出侵蚀率  $M$  的估算式

$$M = z_0 C_0 (1-p)^{-1} (h/z_0)^{1-p} \quad (7)$$

其中  $h$  是积分高度, 取 1.0 m。本文  $z_0$  为 ADV 的距底观测高度, 由观测确定, 取 0.37m。

## 2 结果和讨论

### 2.1 悬浮泥沙浓度

ADV 资料在去噪后, 其反向散射声强信号 SNR 与悬沙浓度具有较好的一致性关系。根据式(2)可得 3 个测次的 SNR 与  $10 \cdot \lg(\text{TUR})$  的线性关系(图 3)。

在 3 个测次中，拟合关系式的斜率在 0.35 ~ 0.48 之间变化，截距变化范围为 1.65 ~ 5.05，反映出不同潮型下泥沙组成的性质变化不大。但同时可以发现，拟合关系不是很理想，这与河口区细颗粒泥沙在不同环境下发生絮凝的复杂性有关，分别基于光学测量原理的 OBS 和声学测量原理的 ADV 这两种仪器对絮凝体的敏感性是有差异的。

在观测中发现，大潮期 OBS 观测到憩流时刻总会出现浊度小峰值，而小潮与中潮期此现象没有或不明显，具体原因有待进一步分析。

### 2.2 沉降速度

图 4 为小潮、中潮和大潮的  $\langle C'w' \rangle$  与  $C$  的非线性拟合图。图中出现了少量离散的负值  $\langle C'w' \rangle$ ，这些现象同样出现在 Fugate 等<sup>[6]</sup>、Voulgaris 等<sup>[21]</sup>和 Maa and Kwon<sup>[20]</sup>的研究中，均没有得到合理的解释。如图 4 所示，拟合关系并不理想，这可能与  $w$  的测量精度有关<sup>[20]</sup>，垂向速度分量为

一小量，其测量误差相对水平速度分量要大，这种误差带入计算后会影响到拟合关系，从图 4 可以发现，拟合相关系数从小潮到大潮依次增大，这与随着潮差增大，垂向混合增强有关。因此提高  $w$  的测量精度或有效地剔除  $w$  的误差是这种反演方法发展的方向。尤其是小潮期间，拟合关系  $R^2$  低至 0.23，与这一期间发生大风过程对垂向速度分量的扰动关系，更深层次的机制我们将在另外的文章中分析。

尽管如此，这种方法计算沉降速度的准确性已经通过独立的欧文管法得到了核实<sup>[6]</sup>。而野外观测资料表现出的这种不太理想的拟合关系显然与现场复杂的动力环境有关。尽管如此，不少学者还是采用这种方法进行有效沉降速度的测量，因为声学测量方法对现场环境无扰动的优势是十分明显的。

根据式 (3) 和 (4)，可得到有效沉降速度  $w_s$ 。计算得到的  $w_s$  随着悬浮泥沙浓度的增大而增大。

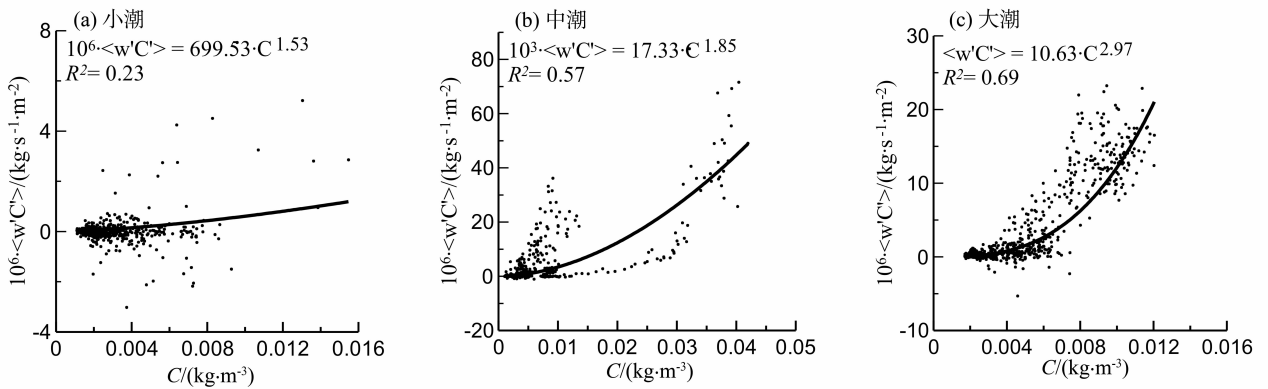


图 4 各潮期  $\langle C'w' \rangle$  与  $C$  的非线性拟合

Fig. 4 Nonlinear fitting for  $\langle C'w' \rangle$  and  $C$  from neap to spring

图 5 (a) 为 3 个测次流速过程线，流速的波动范围随着潮差的增大而增大，落急流速均大于涨急流速，为落潮优势，落潮历时长。从图 5 (b) 的悬浮泥沙有效沉降速度可以看到，在涨急和落急时段，沉降速度出现峰值，这是由于流速大，水流紊动强，引起了底床泥沙被侵蚀起悬浮，使得悬浮泥沙浓度增大，增加了泥沙碰撞絮凝成大颗粒的机会。尤其是在落潮时段平均流速与有效沉降速度变化相一致，可能与落潮历时延长有关，落潮历时延长有利于落急时较粗颗粒从床沙起再浮悬，而随着流速减小，泥沙逐渐沉降，从图中也可以看出沉降速度的峰值稍迟于落急时刻出现。沉降速度的变化幅度随着潮差的增大而增大。小潮期间，近底层的沉降速度较小，约为 0.04 mm/s，随流速变化

不明显，这与小潮期间层化发育，盐度分层对泥沙的沉降具有明显的抑制作用有关。中潮期间，沉降速度变化范围增大，在 20 号 5 时落急时段出现最大峰值，表明流速增加引起悬浮泥沙浓度增大，泥沙碰撞机率增加，絮凝过程为主。大潮期间，沉降速度变化范围约为 0.05 ~ 1.4 mm/s，随流速的变化幅度明显大于小潮和中潮期间，同时可以发现，当流速大于 0.3 m/s 时，沉降速度才开始出现与流速对应的峰值，而当流速小于 0.3 m/s 时，沉降速度基本保持在一个很低的值，约为 0.05 mm/s。

### 2.3 底床侵蚀率

计算定点底床侵蚀率的传统方法是通过控制底床压力的大小，记录相应的悬浮起来的泥沙数量。所施加的外应力越大，悬浮起来的泥沙数量越多，

相对应的底床侵蚀率就越大。虽然 ADV 无法调控对底床的压力, 但通过 ADV 底边界层观测数据可计算得到床面切应力 (图 5 (c))。床面切应力也表现出与平均流速一致性的变化规律, 变化范围随着潮差增大而增大, 当流速较大时, 床面切应力相应较大, 流速小于  $0.2 \text{ m/s}$  时, 其值接近 0。图 5 (c) 中的虚线为根据床面泥沙粒径估算的底床泥沙临界起动切应力, 其值约为  $0.05 \text{ N/m}^2$ 。

图 5 (d) 是由式 (7) 计算出的底床侵蚀率, 侵蚀率也呈现出与流速相同的变化规律。当流速较大时, 侵蚀率相应也较大。另外, 还表现出随着潮

差变大, 侵蚀率的变化范围也增大, 这与 Friedrichs 等<sup>[7]</sup>的研究成果基本一致。中潮期间, 侵蚀率在 12 月 20 号 5:00 左右出现达到  $0.04 \text{ kg/m}^2$  的高峰, 这与有效沉降速度的峰值相对应。大潮期间侵蚀率的变化过程与流速相一致。在流速大于  $0.3 \text{ m/s}$  时, 侵蚀率也较大, 并且床面切应力大于底床泥沙临界起动切应力, 而当流速小于  $0.3 \text{ m/s}$  时, 侵蚀率基本保持在一个稳定的值, 约为  $0.002 \text{ kg/m}^2$ , 并且床面切应力基本小于底床泥沙临界起动切应力。由此可推测  $0.3 \text{ m/s}$  是该河段底床泥沙颗粒大量起动悬浮的临界起动流速。

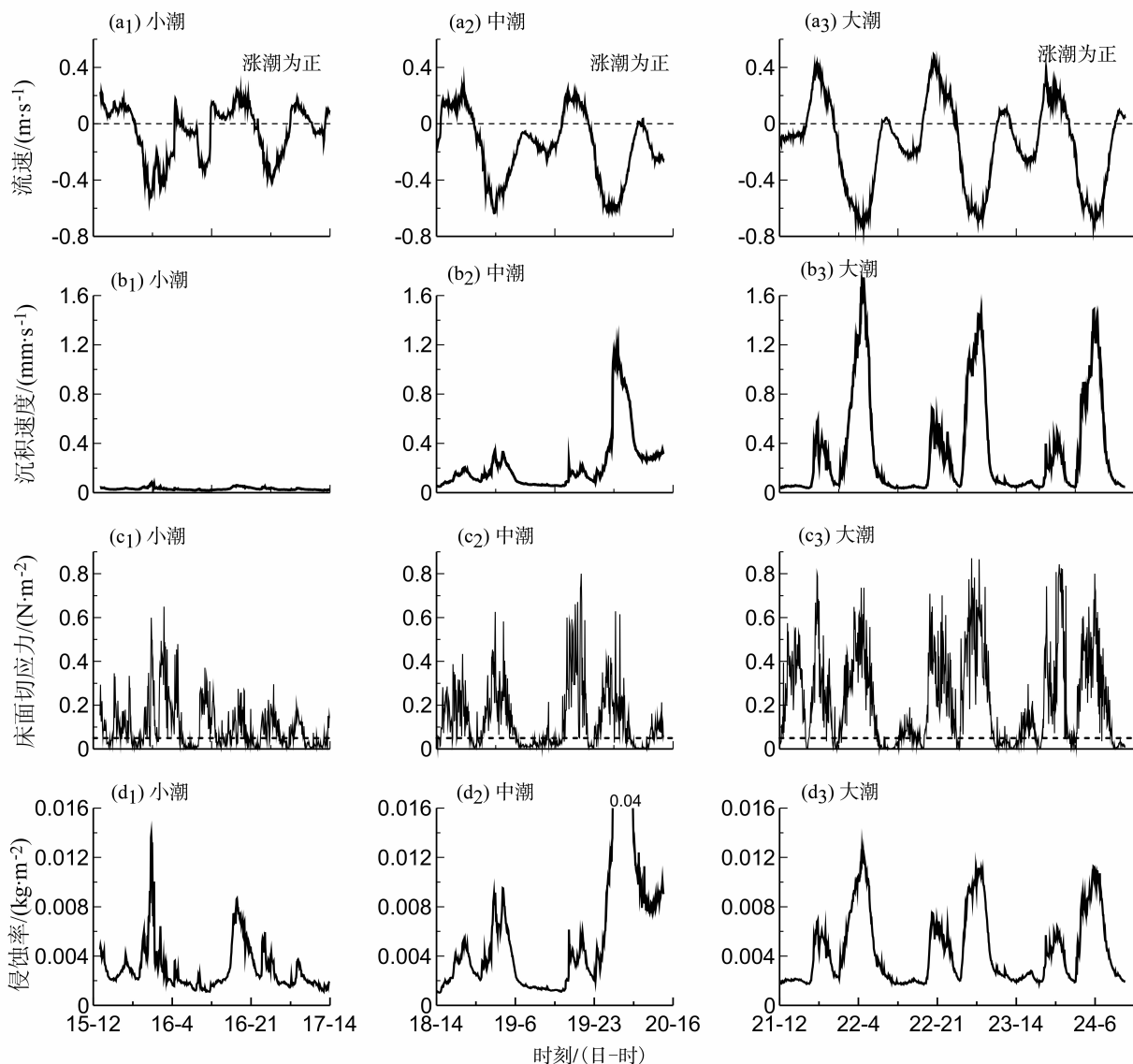


图 5 各潮期 (a) 平均流速 (b) 有效沉降速度 (c) 床面切应力 (d) 侵蚀率的时间序列

Fig. 5 Time series of (a) averaged velocity (b) effective settling velocity (c) bottom stress (d) eroded mass from neap to spring

## 2.4 泥沙交换过程

小潮期间,涨落潮流相对较弱,床面切应力较小,底床侵蚀率也较小,悬浮泥沙浓度较低,再加上层化发育,盐度分层对悬浮泥沙的沉降有显著的抑制作用,有效沉降速度非常小。因此,在小潮期的动力条件下,悬沙和床沙的交换过程较弱。随着潮差的增大潮流动力增强,中潮大潮期悬沙和床沙交换增强。在大潮期间,涨落潮流都较强,产生了较大的床面切应力,底床侵蚀率也相应较大,悬浮泥沙浓度较高,颗粒碰撞絮凝作用增强,再加上大潮咸淡水混合强,水体垂向交换活跃,有效沉降速度增大。因此,在大潮期的动力条件下,悬沙和床沙的交换过程较强。由于磨刀门河道的落潮流强于涨潮流,因此落潮时段的泥沙交换过程强于涨潮时段。侵蚀率与有效沉降速度的变化规律体现出相似性,时间上略有先后。侵蚀率增大,悬浮泥沙浓度增大,絮凝加强粒径增大,相应有效沉降速度增大,底床与底边界层水体的泥沙颗粒的动态交换过程增强。

## 3 结论

1) 悬浮泥沙有效沉速在涨落急时刻出现峰值,尤其是落潮时段与平均流速变化趋势一致,且有效沉速的变化范围随着潮差的增大而增大,大潮期间有效沉速呈现明显的潮周期变化规律,并表现出当流速大于  $0.3 \text{ m/s}$  时才出现峰值,而当流速小于  $0.3 \text{ m/s}$  时,基本约为  $0.05 \text{ mm/s}$ 。

2) 床面切应力也呈现出与平均流速一致的变化规律,变化范围随着潮差增大而增大,当流速较大时,床面切应力相应较大,流速小于  $0.2 \text{ m/s}$  时,其值接近 0。

3) 底床侵蚀率与平均流速的潮周期变化规律相似,变化范围随着潮差增大而增大,当流速小于  $0.3 \text{ m/s}$  时,侵蚀率基本保持在  $0.002 \text{ kg/m}^2$  左右。由此可推测  $0.3 \text{ m/s}$  是该河段底床泥沙颗粒大量起动的临界起流速。

4) 小潮动力条件较弱,悬沙和床沙交换过程较弱,随着潮差增大潮流动力加强,中潮、大潮的悬沙和床沙交换过程逐渐增强,落潮时段泥沙交换过程比涨潮时段强。

**致谢:** 本次水文观测受到中山大学包芸教授与华南理工大学尹晓玲副教授的资助。测量过程得到近岸海洋科学与技术研究中心杨日魁工程师及其他研究生同学的支持,在此一并致谢。

## 参考文献:

- [1] 刘欢,吴超羽,许炜铭,等. 珠江河口底边界层湍流特征量研究[J]. 海洋工程,2009,27(1):62-69.
- [2] MANNING A J, DYER K R. A laboratory examination of flocculation characteristics with regard to turbulent shearing[J]. Marine Geology, 1999,160(1/2):147-170.
- [3] FETTWEIS M, SAS M, MONBALIU J. Seasonal, neap-spring and tidal variation of cohesive sediment concentration in the Scheldt Estuary, Belgium [J]. Estuarine, Coastal and Shelf Science, 1998,47(1):21-36.
- [4] JAGO C F, BULL C F J. Quantification of errors in transmissometer-derived concentration of suspended particulate matter in the coastal zone: implications for flux determinations[J]. Marine Geology, 2000,169(3/4):273-286.
- [5] HOLDAWAY G P, TORNE P D, FLATT D, et al. Comparison between ADCP and transmissometer measurements of suspended sediment concentration [J]. Continental Shelf Research, 1999,19(3):421-441.
- [6] FUGATE D C, FRIEDRICHS C T. Determining concentration and fall velocity of estuarine particle populations using ADV, OBS and LISST [J]. Continental Shelf Research, 2002,22(11/12/13):1867-1886.
- [7] FRIEDRICHS C T, CARTWRIGHT G M, DICKHUPT P J. Quantifying benthic exchange of fine sediment via continuous, non-invasive measurements of settling velocity and bed erodibility [J]. Oceanography, 2008,21(4):168-172.
- [8] CARTWRIGHT G M, FRIEDRICHS C T, DICKHUPT P J, et al. Using the acoustic Doppler velocimeter (ADV) in the MUDBED real-time observing system [C]//Proceedings of Oceans, Marine Technology Society/IEEE, Biloxi, MS, 2009.
- [9] DECROP B, DE MULDER T, TOORMAN E A. Mean and fluctuating suspended sediment concentration measurements using ADV [C]// Proceedings of Hydraulic Measurement & Experimental Methods Conference, 2012.
- [10] 徐俊杰,何青,王元叶. 底边界层水沙观测系统和应用[J]. 海洋工程,2009,27(1):55-61.
- [11] 刘欢,任杰,吴加学,等. 珠江河口底边界层湍流事件研究[J]. 水动力学研究与进展, A 辑. 2013,28(3):339-348.
- [12] 刘锋,田向平,韩志远,等. 近四十年西江磨刀门水道河床演变分析[J]. 泥沙研究,2011,(1):45-50.
- [13] 包芸,刘杰斌,任杰,等. 磨刀门水道盐水强烈上溯规律和动力机制研究[J]. 中国科学 G 辑:物理学天文学,2009,39(10):1527-1534.

$\Phi_1(M_1), \Phi_2(y) \in \Phi_2(M_2)$ , 则由上式, 有

$$\begin{aligned} & \|T^{-1}\|^{-2} \langle \Phi_1(x) \oplus \Phi_2(y), \Phi_1(x) \oplus \Phi_2(y) \rangle \leq \\ & \langle \Phi_1(x) + \Phi_2(y), \Phi_1(x) + \Phi_2(y) \rangle \leq \\ & \|T\|^2 \langle \Phi_1(x) \oplus \Phi_2(y), \Phi_1(x) \oplus \Phi_2(y) \rangle \end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned} & \|T^{-1}\|^{-2} \langle \Phi_1(x), \Phi_1(x) \rangle + \langle \Phi_2(y), \Phi_2(y) \rangle \leq \\ & \langle \Phi_1(x) + \Phi_2(y), \Phi_1(x) + \Phi_2(y) \rangle \leq \\ & \|T\|^2 \langle \Phi_1(x), \Phi_1(x) \rangle + \langle \Phi_2(y), \Phi_2(y) \rangle \end{aligned}$$

又由于  $\{A_j, j \in J\}$  和  $\{B_j, j \in J\}$  均为广义框架, 则存在  $a, b, c, d > 0$ , 使得

$$\begin{aligned} a \langle x, x \rangle & \leq \sum_{j \in J} \langle A_j(x), A_j(x) \rangle = \\ & \langle \Phi_1(x), \Phi_1(x) \rangle \leq b \langle x, x \rangle; \\ c \langle x, x \rangle & \leq \sum_{j \in J} \langle B_j(x), B_j(x) \rangle = \\ & \langle \Phi_2(x), \Phi_2(x) \rangle \leq d \langle x, x \rangle \end{aligned}$$

从而

$$\begin{aligned} \min\{a, c\} (\langle x, x \rangle + \langle y, y \rangle) & \leq \\ \langle \Phi_1(x), \Phi_1(x) \rangle + \langle \Phi_2(y), \Phi_2(y) \rangle & \leq \\ \max\{b, d\} (\langle x, x \rangle + \langle y, y \rangle) \end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned} & \|T^{-1}\|^{-2} \min\{a, c\} \langle x \oplus y, x \oplus y \rangle \leq \\ & \langle \Phi_1(x) + \Phi_2(y), \Phi_1(x) + \Phi_2(y) \rangle \leq \\ & \|T\|^2 \max\{b, d\} (\langle x, x \rangle + \langle y, y \rangle) = \\ & \|T\|^2 \max\{b, d\} \langle x \oplus y, x \oplus y \rangle \end{aligned}$$

从而  $\{e_{\xi, \xi} x_{j, \lambda} \oplus e_{\xi, \xi} y_{j, \lambda}, j \in J, \lambda \in \Lambda\}$  为  $M_1 \oplus M_2$  的

框架, 即  $\{A_j, j \in J\}$  与  $\{B_j, j \in J\}$  不相交。

另外, 由  $T$  的可逆性知,  $\Phi_1(M_1) + \Phi_2(M_2)$  是闭的。

### 参考文献:

- [1] BAKIC D, GULJAS B. Hilbert  $C^*$ -modules over  $C^*$ -algebras of compact operators [J]. Acta Sci Math (Szeged), 2002, 68: 249 – 269.
- [2] FRANK M, LARSON D R. Frames in Hilbert  $C^*$ -modules and  $C^*$ -algebras [J]. Operator Theory, 2002, 48: 203 – 233.
- [3] SUN W C. G-frames and g-Riesz bases [J]. Math Anal Appl, 2006, 322(1): 437 – 452.
- [4] YAO X Y. Perturbations of g-frames in Hilbert spaces [J]. Journal of Mathematical Research and Exposition, 2008, 28(4): 1037 – 1041.
- [5] HAN D G, LARSON D R. Bases and group representations [J]. Memoirs Amer Math Soc, 2000, 147 (697): 46 – 50.
- [6] SUN W C. Stability of g-frames [J]. Math Anal Appl, 2007, 326(2): 858 – 868.
- [7] 肖秀梅, 孟彬, 靳世华. Hilbert  $K$ -模上  $g$ -框架的稳定性 [J]. 南京大学学报: 数学半年刊, 2010, 27(1): 105 – 115.
- [8] RONALD G, DOUGLAS. Banach algebra techniques in operator theory [M]. 2nd ed. Springer-Verlag, 1997.

(上接第 147 页)

- [14] 贾良文, 吴超羽, 任杰, 等. 珠江口磨刀门枯季水文特征及河口动力过程 [J]. 水科学进展, 2006, 17(1): 82 – 88.
- [15] 贾良文, 吴超羽, 雷亚平, 等. 珠江口磨刀门枯季表层沉积物特征 [J]. 海洋工程, 2005, 23(1): 62 – 68.
- [16] KIM S C, MAA J P Y, WRIGHT L D, et al. Estimating bottom stress in tidal boundary layer from acoustic Doppler velocimeter data [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2000, 126(6): 399 – 406.
- [17] GORING D G, NIKORA V I. Despiking acoustic doppler velocimeter data [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2002, 128(1): 117 – 126.
- [18] 原野, 赵亮, 魏皓, 等. 利用 ADCP 和 LISST-100 仪观测悬浮物浓度的研究 [J]. 海洋学报, 2008, 30(3): 48 – 55.
- [19] SALEHI M, STROM K B. Relationship between Acoustic Backscatter Strength and Suspended Sediment Concentration Using a 6 MHz Nortek Vector Velocimeter [C] // World Environmental and Water Resources Congress, Challenges of Change. ASCE Conf Proc, 2010: 1676 – 1682.
- [20] MAA J P Y, KWOM J I. Using ADV for cohesive sediment settling velocity measurements [J]. Estuarine, Coastal and Shelf Science, 2007, 73 (1/2): 351 – 354.
- [21] VOULGARIS G, MEYERS S T. Temporal variability of hydrodynamics, sediment concentration and sediment settling velocity in a tidal creek [J]. Continental Shelf Research, 2004, 24: 1659 – 1683.